



Серия «Биология. Экология»  
2016. Т. 15. С. 55–67  
Онлайн-доступ к журналу:  
<http://isu.ru/izvestia>

---

---

ИЗВЕСТИЯ  
Иркутского  
государственного  
университета

---

---

УДК 639.215.2

## **Деградация запасов промысловых рыб: опыт сценарного моделирования (на примере трески Северной Атлантики)**

А. Ю. Переварюха

*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН  
(СПИИРАН)*

*E-mail: madelf@pisem.net*

**Аннотация.** Рассмотрена ситуация резкого сокращения запасов атлантической трески у побережья Канады в 1992 г. На примере трески отмечен ряд универсальных особенностей динамики развития неожиданной деградации в терминах нелинейной динамики. Вычислительную модель подобного негладкого развития процесса удалось получить из принципов теории формирования пополнения, исходя из формализации меняющейся выживаемости поколения, где дополнительным параметром учтена скорость размерного развития молоди рыб. Дискретно-непрерывная динамическая система описывает сценарий продолжительного перехода благополучной популяции из стационарного состояния с высокой численностью после повышения объемов промыслового изъятия к аperiodическим колебаниям при малой. Начало перехода к истощению биоресурсов реализуется в сценарии как граничный кризис интервального притягивающего множества, так как граница области притяжения такого аттрактора, существующего для низкого диапазона численности, незначительно удалена от критической точки. После первого падения численности без введения моратория на промысел флуктуации через 5–7 сезонов резко переходят в состояние, когда из-за второго кризиса запасы не восстанавливаются. Подобную динамику подтверждает ряд других обсуждаемых примеров.

**Ключевые слова:** сценарные модели популяций, промысел трески, необратимое истощение запасов

### ***Введение***

Вопросы о том, насколько значительный процент изъятия способны выдерживать популяции крупных долгоживущих рыб, что превалирует: большая плодовитость или длительное созревание, продолжают дискутироваться среди специалистов. Так, в начале 1980-х гг. А. П. Сливка и А. В. Павлов [9] полагали оптимальным изъятие  $3/5$  нерестового стада каспийского осетра, однако в итоге в 2002 г. в дельте Волги был введён мораторий на осетровый промысел. Истощение рыбных запасов всё чаще отмечается в различных регионах и это системная проблема, как показано в историческом обзоре [15]. В современных научных публикациях для значи-

мых и непредвиденных последствий чрезмерной эксплуатации используется заимствованный из астрофизики термин «коллапс» (collapse), более образно передающий картину быстрого непреодолимого запустения промысла, чем просто перелов (overfishing) или растянутое истощение (depletion). Коллапс может угрожать ранее многочисленным промысловым популяциям ценных крупных рыб, способным, казалось бы, выдерживать значительные объёмы изъятия, равно как в аналогичном космологическом явлении катастрофического гравитационного сжатия массивного объекта необходимым условием служит многократное превышение солнечной массы.

Цель настоящей работы состоит в разработке модельного сценария, описывающего резкий переход к необратимой деградации значительного по оценкам запаса морских промысловых рыб.

### *Материалы и методика*

Среди разнородной ретроспективной информации о причинах остановки промысла можно выделить характерные особенности развития событий, интерпретируемые в терминах динамических систем. Пример динамики эксплуатируемых рыбных запасов с обоснованием итогового графика истощения в середине 1960 гг. (после внедрения более эффективных орудий лова) можно найти в работе У. Кристи [10], посвящённой остановке промысла сига *Coregonus clupeiformis* из оз. Онтарио.

Из рис. 1 можно заключить, что популяция после нерегулярных колебаний резко потеряла промысловое значение в 1964 г. С сокрушительными последствиями, казалось бы, незначительного перелова сталкиваются развитые страны с налаженной научной практикой регулирования промысла, такие как Норвегия и Канада. В 1992 г. произошёл самый обсуждаемый в литературе и масштабный по последствиям коллапс, развившийся быстро из состояния запасов, которое оценивалось специалистами как благополучное – был прекращён промысел атлантической трески *Gadus morhua* (Linnaeus, 1758) у побережья Ньюфаундленда и в прилегающих водах (рис. 2). «Тресковому кризису» посвящено большое число откликов и исследований, в том числе как экономической и социальной проблеме.

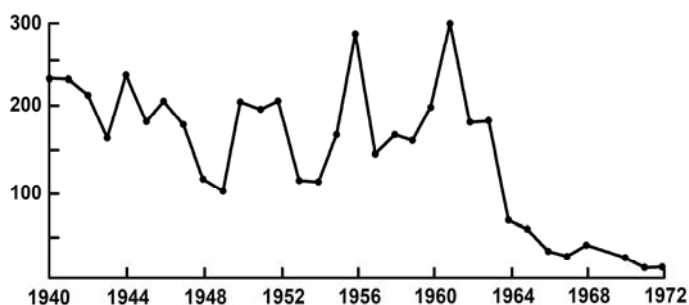


Рис. 1. Динамика промыслового лова сига *Coregonus clupeiformis* в оз. Онтарио Канады (тыс. т) [по: 10]

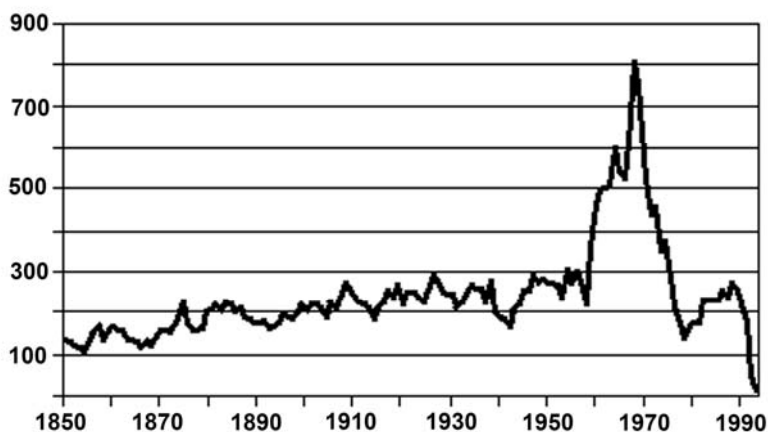


Рис. 2. Коллапс уловов трески *Gadus morhua* у побережья Канады (тыс. т) [по: 26]

Рыболовецкие ресурсы удалось частично перенаправить на добычу донных беспозвоночных, быстро размножившихся без влияния доминирующего хищника.

Промысел трески показал максимальные результаты на рубеже 1970-х гг., но далее не удержался на среднемноголетнем уровне. Как видим, неотвратимое истощение последовало не сразу вслед за годами рекордных уловов. Первичное падение приостановилось.

Наблюдалось десятилетие 1981–1990 гг. не столь обильных, но приемлемых колеблющихся объёмов вылова и оптимистичных ожиданий по его наращиванию перед крахом промысла. В анализе Р. Майерса [17] развитие событий объяснялось тем, что естественный тренд снижения численности трески совпал с увеличением реального процента промысловой смертности из-за системной переоценки запасов. Согласно сравнительному исследованию на примере минтая Охотского моря показано [5], что модели часто завышают ожидаемое пополнение от переоценённого нерестового запаса, когда в реальности происходит его убывание.

В 2015 г. в канадской прессе появилась надежда на восстановление промысла трески у Ньюфаундленда и Лабрадора, а в международном издании *Science* в статье [18] обсуждаются явные признаки критического истощения запасов популяции трески залива Мэн. По мнению авторов статьи [18], при определении промысловой нагрузки не были учтены изменения Гольфстрима. Численность южной трески там исторически испытывала значительные по амплитуде флуктуации, ранее перед деградацией в 1995 г. произошёл значительный сдвиг диапазона колебаний вниз. Для обоих случаев коллапса отметим методический аспект, когда специалисты не смогли предоставить реалистичный прогноз о темпах регенерации запасов. В результате введённый изначально двухлетний мораторий выразился в неожиданном для ихтиологов 23-летнем вынужденном прекращении про-

мысла трески, пагубном для экономики северного региона. Проблема коллапса не исчерпывается своевременным выявлением признаков. Есть основания полагать, что за подобным развитием событий скрыты нетривиальные особенности репродуктивного процесса. Популяция после перелома восстанавливается совсем не так быстро, как должно следовать из результатов полученной ранее статистики о смене возрастных когорт при благополучном состоянии популяции.

Известно достаточно много моделей с включением внутренних механизмов регуляции численности популяций, в которых можно имитировать последствия организованного промысла [7]. Из «логистического» уравнения Ферхюльста строилась теория максимизации устойчивого вылова (maximum sustainable yield, MSY), которая уже достаточно давно подвергается осуждению со стороны экологов из-за последствий оптимизма [16]. Модификация модели А. Д. Базыкина включила минимально допустимое для выживаемости состояние популяции [2]. Оказалось, что такое критическое состояние опасно близко к наиболее продуктивному, на наличии которого строилась концепция MSY, но при том развитие процесса выглядит вполне предсказуемым, если при определении допустимого изъятия нужно исходить не из общей численности, а от величины превышения над критической. Однако эти модели подразумевают параметр репродуктивного потенциала  $a = const$ , оценив который, идеально управлять промыслом, не подвергая риску запасы, переведя популяцию в состояние наиболее интенсивного приращения  $S_{max}$ .

В основе моделей эксплуатируемых популяций рыб должна содержаться нетривиальная формализация баланса воспроизводства и смертности от различных факторов. Естественная убыль на ранних этапах жизни очень велика и любые изменения сказываются на благополучии популяций крупных хищников. В ихтиологии возникло направление исследований, объясняющее закономерности изменения эффективности воспроизводства. Построение «кривых воспроизводства» использовалось при подборе оптимального промыслового режима для особенностей нереста некоторых видов рыб. Определение вида эмпирической зависимости  $R = f(S)$  на основе данных наблюдений должно способствовать обоснованию прогнозов по темпам восполнения промыслового запаса  $S$ . Обзор способов построения математических моделей в теории формирования пополнения запасов проведён в работе Е. В. Криксунова [6], автор предложил использовать для подобных задач дифференциальные уравнения убыли численности на времени интервала уязвимости  $T$ . Методика применения моделей пополнения описана в работе В. К. Бабаяна [1] среди других формальных методов расчётов в теории рыболовства, как то: когортный подход или метод виртуальной популяции.

Концепция моделей пополнения заключается в описании лимитирующих факторов  $v(S)$ , регулирующих величину пополнения  $R$  при повышении плотности рыб на нерестилищах с характеристикой фертильности

$a > 1$ :  $R = aS / v(S)$ . У. Рикером [20] предложена экспоненциальная форма убывания эффективности воспроизводства  $v(S) = e^{bS}$ , где  $b < 1$  – показатель влияния лимитирующих факторов. Дж. Шепард [23] обобщил идею в форме вариативной зависимости:  $v(S) = 1 + (S / K)^b$ , где учтён объём запаса  $K$ , соответствующий некоторой необременительной ёмкости среды.

Если анализ моделей проводить в виде функциональных итераций  $R_{n+1} = \psi(R_n)$ , то в обзоре Криксунова не упомянуто, что при изменении параметра нелинейных кривых,  $a$  Рикера или  $b$  Шепарда, происходят бифуркации образования циклов увеличивающегося периода  $2^i$  с переходом к хаотическому режиму и аттрактору  $A$  в форме нигде не плотного множества, так как они удовлетворяют критериям теоремы Сингера [21]. Из критериев нам важно, что количество точек перегиба кривой более значимо для динамических характеристик, чем положение её асимптоты. Реализация каскада бифуркаций М. Фейгенбаума [14] при изменении некоторого параметра на самом деле и не достоинство и не недостаток моделей, но просто математическое свойство, которым обладают и итерации тригонометрических зависимостей, не имевших никакого популяционного истолкования. Без установления условий всех метаморфозов поведения моделей популяций оказывается сложно обосновать выводы.

Качественные изменения поведения траектории двух моделей могут быть взаимно противоречивы при биологической интерпретации. Введение доли промыслового изъятия  $H$  в итерации функции  $R = aS \exp(-bS)$  Рикера  $R_{n+1} = \psi((1-H)R_n)$  стабилизирует флуктуации. Наоборот, учёт искусственного выпуска молоди рыб  $R_{n+1} = \psi(R_n) + GR_n$  хаотизирует траекторию. Простые модели могут обладать сложными динамическими режимами и неожиданными метаморфозами (перемежаемость, субдукция, три вида кризиса аттракторов). Независимо от способа учёта факторов среды и плотности особей классические модели пополнения в сценарии превышения критического уровня изъятия покажут монотонную кривую убыли запаса, различаясь наклоном и сменой направления выпуклости (рис. 3).

Обсуждались разнообразные методы определения характеристик зависимости «запас-пополнение» по временным рядам. Отметим, если популяция представляется как динамическая система  $\lim_{n \rightarrow \infty} \psi^n(R_0; a) = A$  под действием оператора эволюции  $\Psi$ , то увидеть по данным о нерестовавших производителях и мигрирующих к местам нагула сеголеткам форму графика  $\Psi$  мы сможем в случае сверхкритического значения доли промыслового изъятия  $H$ . В других ситуациях мы будем делать выводы о метаморфозах притягивающего множества  $A$  или о количестве и расположении неустойчивых граничных стационарных состояний. Для всего разнообразия подобных итераций математическая топология предполагает три типа аттракторов: цикл, канторовское множество, объединение интервалов [13].

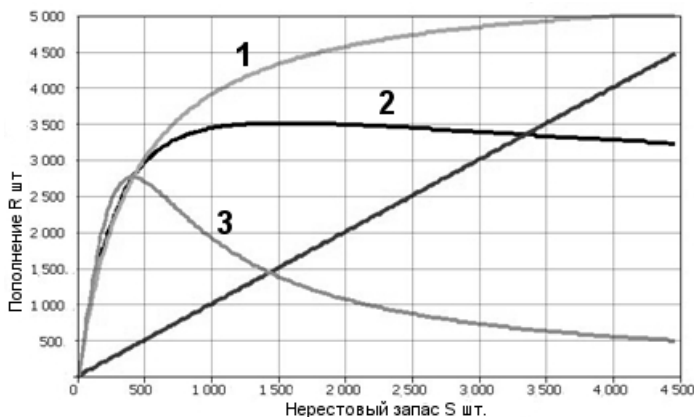


Рис. 3. Графики функций трёх классических моделей пополнения промышленного запаса. Модели: 1 – Бифертон – Холта, 2 – Рикера, 3 – Шепарда

### Результаты и обсуждение

Как отмечено выше, коллапс – это не просто вялотекущий и монотонный процесс деградации, а неожиданный переход в состояние с минимальной за историю наблюдений численностью. Будем разрабатывать модель пополнения с использованием организации непрерывно-событийной вычислительной структуры с целью получить качественно иные свойства динамики итераций. Учтём, что кривая воспроизводства совсем не обязательно должна быть куполообразной унимодальной с единственным экстремумом функции, что отметил У. Рикер в первой основополагающей работе [20]. Дополнительно примем, что зависимость способна масштабироваться вдоль оси ординат под действием внешних факторов [3].

У рыб выражена стадийность развития в раннем онтогенезе: предличинки на питании из желточного мешка, активно питающиеся личинки, свободно мигрирующая к местам нагула молодь. Коротких стадий выделяют около полусотни. Факторы смертности должны различаться по стадиям, при этом момент достижения перехода личика → молодь может регулироваться вспомогательным показателем развития  $w(t)$ , замедление развития также становится значимым фактором.

Опишем убыль начальной численности поколения  $N(0)$  от момента вылупления из икринок дифференциальным уравнением на промежутке времени  $t \in [0 \dots \tau, \tau_1 \dots T]$ . Учтём два фактора смертности и изменение их действия по ходу прохождения стадий развития особей, при этом реакция хищников обусловлена обилием их жертв на второй стадии:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha N(t) + U[S]\beta)N(t), & t < \tau \\ -(\alpha_1 N(\tau) / w(\tau) + \beta)N(t), & w(t) < w_d(\tau_1) \\ -\beta_1 N(\tau_1)N(t), & \tau_1 < t < T, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент зависящей от плотности компенсационной смертности;  $\beta$  – коэффициент нейтральной убыли.

От агрегированного «репродуктивного потенциала» разумно перейти к естественному показателю средней плодовитости  $\lambda$ . Обилие кормовой базы производителей лучше учитывать при корректировке  $\lambda$ , поскольку нехватка питания и анемия при нерестовых миграциях приводят к массовой резорбции икры. Начальные условия для уравнения (1) с дважды переопределяемой правой частью:  $N(0) = \lambda S$ .  $\tau$  – длительность первой стадии с эндогенным питанием для рыб обычно постоянна.  $\tau_1$  зависима от  $w_d$  – условного уровня развития, при достижении которого ослабляется действие факторов смертности, что интерпретируется экологией обитания молоди при начале самостоятельной миграции. Вспомогательное уравнение  $w'(t) = m / (N^{2/3}(t) + \zeta)$ . При низкой плотности уменьшается вероятность образования нерестовых пар, что сильно сокращает продуктивность нереста, особенно у анадромных рыб, и, как показывают современные данные [23], влияет на морских гидробионтов. Одну из трех форм правой части (1) для  $t < \tau$  дополним триггерным функционалом:  $U(S) = 1 + \exp(-cS^2)$ , с областью значений  $E(U) = [2, 1)$ , где  $c < 1$  определит степень выраженности фактора, называемого в экологии эффектом Олли, способного проявляться в ихтиоценозах [11]. Функционал быстро стремится  $\lim_{S \rightarrow S^*} U(S) = 1$  и не влияет на расчёты при оптимальном состоянии запаса. Интервал ювенальной уязвимости  $[0, T]$  разделён на тройку кадров модельного времени. При смене кадров происходит реинициализация начальных условий.

В инструментальной среде алгоритмически формируется непрерывно-событийная переопределяемая вычислительная структура из трёх форм правой части уравнения убыли и условий завершения их активности. По Последовательность численных решений задач Коши для допустимых значений  $S \in Z^+$  определит итоговую форму зависимости (рис. 4).

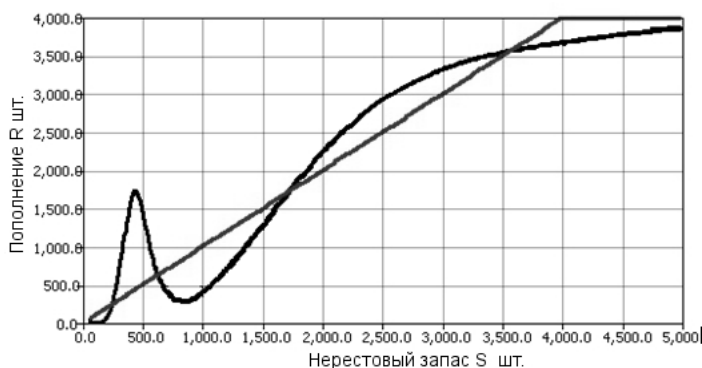


Рис. 4. Кривая воспроизводства на основе модели (1)

Из (1) мы получили зависимость, в которой диапазоны превышения  $\psi(S) > S$  чередуются с состояниями, в которых имеющийся нерестовой запас восполняется неполностью. Минимум  $N(T)$  соответствует локальному максимуму промежуточного  $N(\tau)$ . Волнообразные формы зависимости были описаны по реальным наблюдениям Р. Петермана [19] и обоснованы избирательной реакцией хищников в отношении наиболее массовой и доступной добычи, в частности, когда предпочитаемой добычей становится молодь своего вида. В статье В. М. Борисова о «переизбытке» трески в Баренцевом море [4] отмечено, что повышение эффективности нереста влечёт усиление внутривидового трофического взаимодействия.

В отличие от гипотетической кривой воспроизводства тихоокеанской горбуши [19], в новой модели не три, а четыре нетривиальные стационарные точки  $\psi(R_i^*) = R_i^*$ . Устойчиво только наибольшее из равновесий  $R_4^*$ , как и тривиальное  $\psi(0) = 0$ . Три первых пересечения с биссектрисой  $R_1^* < R_2^* < R_3^*$ , судя по превышению наклона касательных  $\pi/4$  в точках оказываются неустойчивы, в вычислительных моделях для установления устойчивости точек используется вычисление  $f(f(x))$ .

Так как в окрестности максимума модельная кривая немного превосходит третье равновесие  $\psi(R_{\max} \pm \varepsilon) > R_3^*$ , и если исходное состояние популяции  $R_0$  соответствует диапазону  $R_0 \in (R_1^*, R_3^*) \cap \{\psi^{-n}(R_2^*)\}$ , то через ряд аperiodических флуктуаций достигается состояние высокой стабильной численности  $R_4^*$ . Гипотетический вариант устойчивости  $R_1^*$  или  $R_2^*$  не может объяснить самостоятельного восстановления популяций после некротического перелома. Аperiodическое движение чувствительно к выбору начального значения  $R_0$ , это означает принципиальную невозможность делать прогнозы при подобном характере популяционной динамики. Фундаментальное свойство появления хаотичности, пусть и в транзитивном варианте [24], означает уход за горизонт предсказуемости: как бы точно не настраивались параметры модели, вряд ли мы сможем узнать исходное состояние нерестового запаса с точностью до каждой самки. В малочисленном диапазоне популяция подвержена влиянию нестабильности среды и переходная хаотизация хорошо имитирует эту неопределённость.

Наблюдаемый в вычислительных экспериментах аperiodический режим вызван локально-несвязным характером области притяжения аттрактора  $R_4^*$ , так как область не включает множество не притягивающихся к аттрактору прообразов двух неустойчивых точек:  $\{\psi^{-n}(R_2^*)\} \cup \{\psi^{-n}(R_3^*)\}$ . Точка  $R_1^*$  – неустойчивое «критическое» равновесие, если  $R_0 < R_1^* - \varepsilon$ , то реализуется необратимая деградация  $\psi^n(R_0) \rightarrow 0$ . В случае негативного внешнего воздействия на выживаемость изменится конфигурация стацио-



нарных точек у масштабируемой по оси ординат кривой. Для модели возможна обратная касательная бифуркация: при слиянии  $R_3^*, R_4^*$  с исчезновением устойчивой стационарной точки, при сохранении оставшихся  $R_1^*, R_2^*$ . Изменения означают пребывание популяции при существенно меньшей среднемноголетней численности в режиме флуктуаций значительной амплитуды, которому отвечает интервальный аттрактор III топологического типа по Гукейнхэймеру [13]. Если  $\psi(R_{\min}) < R_1^*$ , то продолжительность колебаний зависит и от положения минимума кривой. Так описывается сценарий деградации, наблюдавшийся для сига из оз. Онтарио, реализованный как граничный кризис интервального аттрактора по классификации эффектов учёными группы С. Гребоджи [12].

Интересна динамика в вычислительных экспериментах для полученной зависимости при резком повышении доли промыслового изъятия, какое проводится при уже благополучном состоянии запаса  $\bar{\psi}(R_n) \approx R_4^*$ . Задача регулирования вылова – не позволять редуцировать равновесие возмущённой системы  $\bar{\psi}$  выше  $R_3^*$ , сбросив запас в режим неблагоприятных для промысла и непредсказуемых колебаний. В негативном случае короткий мораторий может стать действенным решением по возвращению нестабильных, но приемлемых уловов.

Пусть популяция после долгой нестабильности восстановилась до своего оптимума, уловы плавно пошли вверх, после чего принимается решение об интенсификации режима промысла. Уловы  $Y = HR_n$  сначала демонстрируют исторические максимумы, но затем довольно очевидно снижаются, успешно проходят локальный минимум, не попадая сразу в окрестность критического состояния. Р. Майерс констатировал [17], что методика оценки запасов «недостаточно чувствительна», чтобы показать начавшееся сокращение. Промысловые прогнозы наверняка учли в расчётах высокую эффективность воспроизводства в предыдущие годы, и то обстоятельство, что бывшие объёмы уловов после спада несколько восстанавливаются. Согласно разработанному модельному сценарию такое восстановление обманчиво, а его продолжительность случайна.

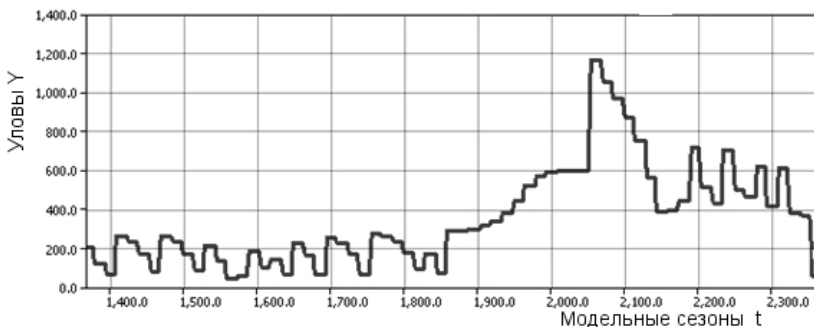


Рис. 5. Динамика уловов в сценарии существенного перелова согласно модели (1)

Численность запаса после интенсификации промысла возвращается в аperiodический малочисленный режим с сжимающейся амплитудой колебаний, но не задерживается там даже в случае запоздалого установления прежней неистощительной доли изъятия. После кратких колебаний следует второе, уже критическое падение (рис. 6).

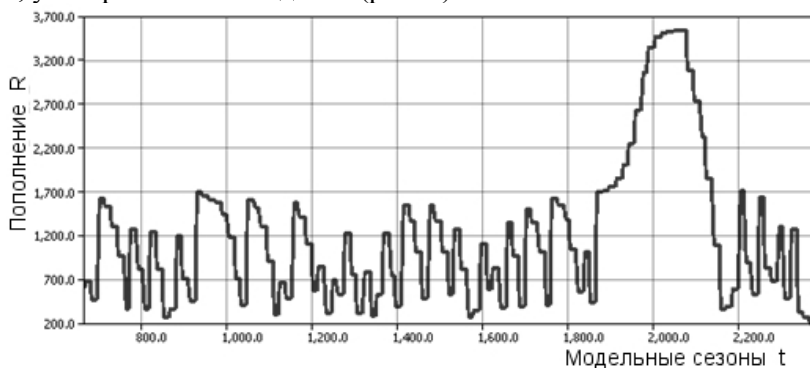


Рис. 6. Динамика численности популяции при коллапсе запасов согласно модели (1)

### Заключение

Недолгий тренд повышения уловов непосредственно перед коллапсом следует из характера нелинейности модели кривой воспроизводства, связанного с существованием двух уровней численности популяции. Для реализации такого сценария падения достаточно превышения допустимой доли изъятия на 0,01. При низкой численности популяция испытывает резкие флуктуации, но существует перспектива восстановления обилия при ослаблении промысла. Эффект граничного кризиса интервального аттрактора описывает явление неожиданного коллапса больших запасов трески, происходящего в два этапа. При граничном кризисе аттрактор, замкнутое предельное множество точек траектории, соприкасается с границей своей области притяжения и теряет свойство инвариантности  $\Psi(A) \in A$ , когда все точки принадлежащие множеству отображаются только в другие точки данного множества. На месте аттрактора появляется непритягивающее хаотическое множество, где ограниченное время пребывает траектория, а далее  $\Psi(R) \rightarrow 0$ , так как точка 0 в своей окрестности сохраняет всегда свойства притягивающего множества. После кризиса, вызванного сдвигом минимума, единственное инвариантное замкнутое притягивающее множество – это точка начала координат.

Модель (1) подтверждает, что сценарии истощения биоресурсов, названные коллапсом, действительно проблемны для прогнозирования. Если происходят качественные изменения в механизмах регуляции, то решения по изменению стратегии эксплуатации запаздывают. Состояние многих популяций после перелома мы не можем охарактеризовать с приемлемой точностью. Промысловая статистика представляет данные об их численно-

сти по случайным уловам единичных особей методом экстраполяции. Подобные плохо прогнозируемые ситуации выражаются эффектом неопределённости относительно асимптотического состояния системы [8], когда существуют более одного притягивающего равновесия. Выбор движения траектории к одному из аттракторов может изменяться любыми малыми вмешательствами в параметры системы или возмущением начальных условий. Совершенствование методов прогнозирования последствий перелома связываем с разработкой методов сценарного подхода для событийного моделирования.

*Исследования выполнены в рамках проекта РФФИ №15-07-01230.*

#### Список литературы

1. Бабаян В. К. Математические методы теории рыболовства (модели изолированных популяций) / В. К. Бабаян. – М. : ЦНИИТЭИРХ, 1988. – 76 с.
2. Базыкин А. Д. Теоретическая и математическая экология: проблема опасных границ и критериев приближения к ним / А. Д. Базыкин // Математика и моделирование. – Пушкино : ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1990. – С. 232–237.
3. Булгакова Т. И. Модель популяции типа «запас – пополнение», учитывающая влияние кормовой базы производителей на выживание молоди / Т. И. Булгакова // Тр. ВНИРО. – 1978. – Т. 128. – С. 16–22.
4. Борисов В. М. В Баренцевом море переизбыток трески / В. М. Борисов // Рыбное хозяйство. – 2012. – № 4. – С. 21–23.
5. Зверькова Л. М. К вопросу оценки запаса североохотоморского минтая / Л. М. Зверькова // Вопр. рыболовства. – 2015. – № 4. – С. 419–427.
6. Криксунов Е. А. Теория пополнения и интерпретация динамики популяции рыб / Е. А. Криксунов // Вопр. ихтиологии. – 1995. – Т. 35, вып 3. – С. 302–321.
7. Меншуткин В. В. Применение имитационного моделирования при оценке общего допустимого улова / В. В. Меншуткин, Н. А. Егорова // Вопр. рыболовства. – 2015. – № 3. – С. 367–375.
8. Переварюха А. Ю. Неопределенность асимптотической динамики при моделировании процесса управления биоресурсами / А. Ю. Переварюха // Изв. Рос. акад. наук. Теория и системы управления. – 2011. – № 3. – С. 140–148.
9. Сливка А. П. Биологические основы изменения режима промысла осетровых (Acipenseridae) в дельте Волги / А. П. Сливка, А. В. Павлов // Вопр. ихтиологии. – 1982. – Т. 22, вып 5. – С. 738–745.
10. Christie W. J. Changes in the fish species composition of the Great Lakes / W. J. Christie // Journal Fisheries Research Board of Canada. – 1974. – Vol. 31, N 5. – P. 827–854.
11. Gascoigne J. Allee effects in marine systems / J. Gascoigne // Marine Ecology Progress Series. – 2004. – Vol. 269. – P. 49–59.
12. Grebogi C. Chaotic attractors in crisis / C. Grebogi // Physical Review Letters. – 1982. – Vol. 48, N 22. – P. 1507–1510.
13. Guckenheimer J. Sensitive dependence on initial conditions for one dimensional Maps / J. Guckenheimer // Communications in Mathematical Physics. – 1979. – Vol. 70. – P. 133–160.
14. Feigenbaum M. J. Universal behavior in nonlinear systems / M. J. Feigenbaum // Physica D. – 1983. – Vol. 7, N 1. – P. 16–39.

15. Jeremy B. C. Historical Overfishing and the Recent Collapse of Coastal Ecosystems / B. C. Jeremy // *Science*. – 2001. – Vol. 293, N 5530. – P. 629–637.
16. Larkin P. A. An epitaph for the concept of maximum sustained yield / P. A. Larkin // *Transactions of the American Fisheries Society*. – 1977. – Vol. 106, N 1. – P. 1–11.
17. Myers R. A. Why do Fish Stocks Collapse? The Example of Cod in Atlantic Canada / R. A. Myers // *Ecological Applications*. – 1997. – Vol. 7. – P. 91–106.
18. Pershing A. J. Slow adaptation in the face of rapid warming leads to collapse of the Gulf of Maine cod fishery / A. J. Pershing // *Science*. – 2015. – Vol. 350, N 6262. – P. 809–812.
19. Peterman R. M. A simple mechanism that causes collapsing stability regions in exploited salmonid populations / R. M. Peterman // *Journal Fisheries Research Board of Canada*. – 1977. – Vol. 34. – P. 1130–1142.
20. Ricker W. E. Stock and recruitment / W. E. Ricker // *Journal Fisheries Research Board of Canada*. – 1954. – Vol. 11. – P. 559–623.
21. Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval / D. Singer // *SIAM Journal of Applied Math.* – 1978. – Vol. 35. – P. 260–268.
22. Shepherd J. C. A versatile new stock and recruitment relationship for fishes, and the construction of sustainable yield curves / J. C. Shepherd // *J. Cons. Intern. Explor. Met.* – 1982. – Vol. 40. – P. 67–75.
23. Stoner A. W. Negative consequences of Allee effect are compounded by fishing pressure: Comparison of queen conch reproduction in fishing Grounds and a marine protected area / A. W. Stoner, M. Davis // *Bulletin of Marine Science*. – 2012. – Vol. 88. – P. 89–104.
24. Thunberg H. Periodicity versus chaos in One-Dimensional dynamics / H. Thunberg // *SIAM Review*. – 2001. – Vol. 43. – P. 3–30.
25. Workshop on Factors Contributing to Unsustainability and Overexploitation in Fisheries. Report and documentation [Electronic resource]. – URL: <http://www.fao.org/docrep/005/y3684e/y3684e01.htm>.

## Degradation of Commercial Fish Stocks: Experience of Mathematical Modeling (on the Example of Northern Cod)

A. Yu. Perevaryukha

*Institute for Informatics and Automation RAS, St. Petersburg*

**Abstract.** We consider the situation with the sharp decline in atlantic cod *Gadus morhua* stocks off the coast of Canada in 1992. By using data on catches of cod we identified a number of universal features of the dynamics of unexpected degradation in terms of the nonlinear dynamics. Computational models such nonsmooth development process, we succeeded implement based on the analysis of the main principles of the theory of the formation of the replenishment of fish. The model is based on the formalization of the changing generation of fish survival. As an additional option in the second equation we takes into account the growth rate of juvenile fish. A discrete-continuous dynamic system describes the long emerging transition a prosperous population from a steady state with a high number of individuals after the increase in the proportion of commercial exemptions to the aperiodic fluctuations at low density of fish. The countdown biological resources degradation is implemented in a scenario as a boundary crisis of the inter-

val attracting set as the boundary of the domain of attraction of the attractor is a small, existing for a low number range, slightly removed from the critical point. After the first fall of the fish population and without a moratorium on fishing for such fluctuations are moving rapidly into a state where supplies are not restored from the second crisis, which confirms example of the whitefish of Lake Ontario.

**Keywords:** nonlinear model of populations, depletion of fish stocks, northern cod collapse.

*Переварюха Андрей Юрьевич*  
*кандидат технических наук, старший*  
*научный сотрудник*  
*Санкт-Петербургский институт*  
*информатики и автоматизации РАН*  
*199178, Россия, г. Санкт-Петербург,*  
*ул. 14-линия Васильевского острова, 39*  
*тел.: (812)-328-44-50*  
*e-mail: madelf@pisem.net*

*Perevaryukha Andrey Yurievich*  
*Candidate of Sciences (Technics)*  
*Senior Research Scientist*  
*St. Petersburg Institute for Informatics and*  
*Automation RAS*  
*39 14-line of Vasilyevsky isl.,*  
*St. Petersburg, 199178*  
*tel.: (812)-328-44-50*  
*e-mail: madelf@pisem.net*