



УДК: 574.583(282.256.341)

К точности измерения биомассы фитопланктона озера БайкалВ. К. Евстафьев¹, Н. А. Бондаренко²¹ Институт прикладной физики при Иркутском государственном университете, Иркутск² Лимнологический институт СО РАН, ИркутскE-mail: evs@api.isu.ru

Аннотация. Рассматривается вопрос о количестве станций отбора проб в озере Байкал и других подобных водоёмах с пятнистым распределением фитопланктона для оценки его биомассы с заданной точностью. Показано, что эта зависимость носит гиперболический характер и вытекает из стандартных формул математической статистики. Компромисс между трудоёмкостью обработки проб и удовлетворительной точностью привёл к следующей практике: акватория котловины озера покрывается сетью из 15–17 станций, что даёт точность определения биомассы фитопланктона $\pm 30\%$. Результаты отдельных измерений при этом могут отличаться от точки к точке на порядок. В статье обсуждается применимость теоремы Биркгофа к озеру Байкал, даются рекомендации, позволяющие оставаться в рамках применимости этой теоремы.

Ключевые слова: Байкал, фитопланктон, ошибка измерения, пятнистость распределения, теорема Биркгофа.

Неравномерность пространственного распределения планктона характерна как для морских, так и пресноводных водоёмов [5; 6; 8; 11–14]. Вблизи границ пятен даже в двух недалеко друг от друга расположенных точках биомасса может отличаться в 10 раз и более, при том, что приборная ошибка и ошибка счёта опытного исследователя составляют в совокупности около 6 % [2]. Пятнистость распределения фитопланктона вносит, как видим, основной вклад в ошибку измерения продукционных характеристик водоёма. Поэтому при оценке численности водорослей в озере Байкал встаёт вопрос о количестве станций отбора проб. Следуя строгому математическому подходу, мы должны были бы установить функцию пространственного распределения водорослей по водному объёму Байкала и проинтегрировать эту функцию по заданным координатам (например, в верхнем слое воды 0–25 м) в определённом временном разрезе. Но такая задача практически неосуществима, поэтому нам остаётся прибегнуть к одному из более простых статистических методов. Данная работа посвящена рассмотрению такой технологии оценки биомассы фитопланктона в водоёмах на примере озера Байкал.

Материал и методы

Анализировалась типичная для Южного Байкала выборка значений биомасс фитопланктона в слое 0–25 м. Получена она во время интенсивного весеннего развития диатомовой во-

доросли *Aulacoseira baicalensis* (K. Meyer) Simonsen в мае 1994 года. Приведем (в порядке уменьшения для удобства восприятия) результаты для 16 станций, разнесённых по его акватории ($\text{мг}\cdot\text{м}^{-3}$): 3929, 1985, 1851, 1630, 1555, 1504, 1260, 1090, 1059, 1040, 846, 824, 690, 594, 582, 327. Ошибка счёта отдельной пробы, как уже упомянуто во введении, составляла 6 % [2].

При анализе последовательности применялся стандартный метод обработки экспериментальных величин [3], включающий в себя нахождение среднего арифметического значения выборки, несмещённого среднеквадратичного отклонения, 95%-ного доверительного интервала, χ^2 -тест для проверки нормальности распределения, а также использовалась центральная предельная теорема и теорема Биркгофа [4].

Анализ выборки

Разброс значений от станции к станции довольно широк: от 327 до 3929 при среднеарифметическом значении $1298 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$. Несмещённое среднеквадратичное отклонение $\sigma_{n-1}=850 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$, отсюда 95%-ный доверительный интервал равен $\pm 1666 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$ или $\pm 128\%$.

Проверим, являются ли найденные величины исследуемой выборки случайными и подчиняются нормальному (гауссовскому) распределению. Построим гистограмму с шагом в $500 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$ (рис. 1). Кривая представляет теоретическое распределение генеральной совокупности с математическим ожиданием и дисперсией,

аппроксимированными среднеарифметическим выборочным значением $1298 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$ и средне-квадратичным отклонением $850 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$. χ^2 -тест даёт сумму квантилей 1,40 при числе степеней свободы 4, что обеспечивает 84%-ную вероятность того, что величины распределены нормально. Низкая вероятность объясняется небольшим объёмом выборки ($n=16$). Для вычисления доверительного интервала среднеарифметического выборочного значения это обстоятельство, к счастью, несущественно, т. к. согласно центральной предельной теореме, даже если исходные выборки не совсем подчиняются нормальному распределению, их средние значения следуют гауссовскому распределению [3, с. 39].

Ошибка серии независимых измерений равна [3, с. 36–37]

$$\delta_n = \frac{\delta_0}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где δ_0 – ошибка единичного измерения; δ_n – ошибка серии из n -измерений; n – количество измерений.

Отсюда, задавая необходимую ширину δ_n , легко найти минимальное число измерений, например, для $\delta_n = \pm 20\%$

$$n = \left(\frac{\delta_0}{\delta_n} \right)^2 = \left(\frac{128\%}{20\%} \right)^2 = 41. \quad (2)$$

Таким образом, для того, чтобы определить среднюю по котловине озера величину биомассы с ошибкой $\pm 20\%$, необходимо иметь пробы с 41 станции. Выраженное графически число станций n в зависимости от заданной ошибки δ_n имеет гиперболический вид (рис. 2). Обычно экспедиции Лимнологического института брали пробы с 15–17 станций в каждой котловине озера в пике весеннего развития фитопланктона, что означает ошибку $\delta_n = \pm 31\%$. Ввиду трудоёмкости обработки и счёта каждой пробы (на каждой станции берётся до десятка проб с различных глубин, пять из которых обязательны: 0, 5, 10, 25 и 50 м) приходится ограничиваться указанным количеством станций и немало жертвовать точностью.

Обсуждение и заключение

Выглядит заманчивым выход из такого положения, базирующийся на другой известной статистической теореме – эргодической теореме Биркгофа [4], которая гласит, что предел среднего значения по фазовому пространству равен пределу среднего значения по времени. То есть можно было бы вместо одновременного отбора проб с 15–17 станций регулярно отбирать их с одной определённой станции.

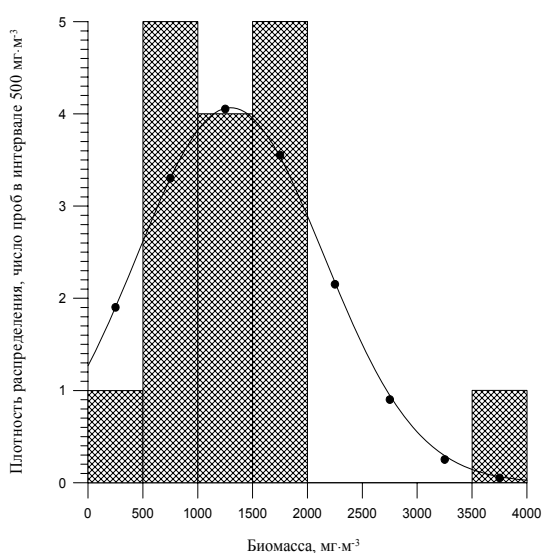


Рис. 1. Гистограмма исследуемой выборки: шаг $500 \text{ мг}\cdot\text{м}^{-3}$, кружками показаны теоретически ожидаемые высоты столбцов

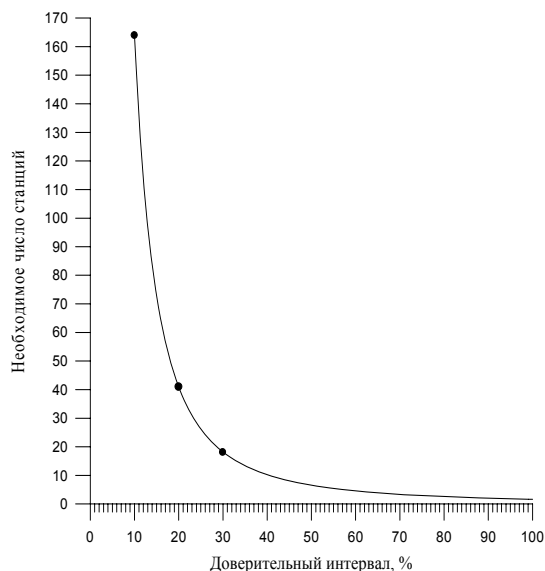


Рис. 2. График необходимого числа станций для обеспечения заданного доверительного интервала усредненного значения биомассы фитопланктона в слое 0–25 м по акватории Южного Байкала: кружками показано количество станций для доверительных интервалов 10, 20 и 30 %

Такая станция, принадлежащая Институту биологии при Иркутском университете, существует в п. Большие Коты на берегу Байкала, отборы проб с нее производятся ежедекадно [7]. Нетрудно подсчитать, что 15 измерений набираются за 5 месяцев. Весеннее же развитие байкальского фитопланктона – процесс скоротечный, с марта по май, с максимумом численности, как правило, сразу после вскрытия озера ото льда. Этот сезонный пик развития занимает около месяца, НИИ биологии отбирает за это время 3 серии проб и согласно формуле 1 погрешность измерения составляет $\pm 74\%$. Неудивительно, что данные НИИ биологии и Лимнологического института несколько различаются (табл. 1).

Таблица 1
Данные Лимнологического института
и Института биологии по биомассе
фитопланктона Южного Байкала
за 1964–1970 гг.

| Годы | Данные ЛИИ по: Поповской [10] мг·м ⁻³ в слое 0–25 м | Данные НИИ биологии по: Кожовой, Бейму [9], мг·м ⁻³ в слое 0–50 м |
|------|--|---|
| 1964 | 2830 | 4469 |
| 1965 | 1277 | 2352 |
| 1966 | 84 | 173 |
| 1967 | 31 | 16 |
| 1968 | 4163 | 2912 |
| 1969 | 828 | 147 |
| 1970 | 46 | 53 |

Получить оценку биомассы фитопланктона с удовлетворительной точностью $\sim 30\%$ с одной станции можно при достаточно частом отборе проб, например, через двое суток, а не раз в 10 суток, как в настоящее время. При скорости течения поверхностных вод Байкала в районе биостанции в п. Б. Коты $6,3 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$ на глубине 5 м [1] за двое суток перемещение составляет около 10 км, что при характерных размерах пятен фитопланктона от сотен метров до нескольких километров [5; 6; 8] означает гарантированный уход одного пятна и приход другого в случайной фазе. В таком варианте мы не вышли бы за пределы справедливости эргодической теоремы Биркгофа и получили

бы величины биомассы фитопланктона, сравнимые по точности с данными Лимнологического института.

Литература

1. Байкал (атлас) / ред. Г. И. Галазий. – М.: Изд-во Федеральной службы геодезии и картографии России, 1993. – С. 73.
2. Бондаренко Н. А. Структура и продукционные характеристики фитопланктона озера Байкал: автореф. дис. ... канд. биол. наук / Н. А. Бондаренко. – Борок, 1997. – 24 с.
3. Бейли Н. Статистические методы в биологии / Н. Бейли. – М.: Мир, 1964. – 271 с.
4. Вероятность и математическая статистика (энциклопедия) / ред. Ю. В. Прохоров. – М.: Большая рос. энцикл., 1999. – 910 с.
5. Гительзон И. И. Механизмы формирования и поддержания неоднородностей пространственного распределения фитопланктона озера Байкал / И. И. Гительзон, Н. Г. Гранин, Л. А. Левин и др. // ДАН СССР. – 1991. – Т. 318, № 2. – С. 505–508.
6. Гранин Н. Г. Исследование флуктуаций полей температуры и фитопланктона поверхностного слоя озера Байкал. / Н. Г. Гранин, Л. А. Левин, В. В. Заворуев // Препринт № 85Б. Изд-во ин-та физики СО АН СССР. – Красноярск, 1988. – 36 с.
7. Долгосрочное прогнозирование состояния экосистем / под ред. О. М. Кожовой и Л. Я. Ашепковой. – Новосибирск: Наука, 1988. – С. 97.
8. Заворуев В. В. Пространственно-временное распределение хлорофилла а в водах озера Байкал в зимний период / В. В. Заворуев, Л. А. Левин, Г. Я. Рачко и др. // Гидробиол. журн., 1992. – Т. 28, № 1. – С. 17–24.
9. Кожова О. М. Экологический мониторинг Байкала / О. М. Кожова, А. М. Бейм. – М.: Экология, 1993. – С. 59.
10. Поповская Г. И. Фитопланктон глубочайшего озера мира / Г. И. Поповская // Тр. Зоол. ин-та АН СССР. – Ленинград, 1987. – С. 107–116.
11. Bainbridge R. The size, shape and density of marine phytoplankton concentrations / R. Bainbridge // Biological Reviews. – 1957. – Vol. 32. – P. 91–115.
12. Cassie R. M. Microdistribution of plankton / R. M. Cassie // Oceanography and Marine Biology. – 1963. – Vol. 1. – P. 223–252.
13. Martin A. P. Phytoplankton patchiness: the role of lateral stirring and mixing / A. P. Martin // Progress in Oceanography. – 2003. – Vol. 57, issue 2. – P. 125–174.
14. Wroblewski J. S. A spatial model of phytoplankton patchiness / J. S. Wroblewski, J. J. O'Brien // Marine Biology. – 1976. – Vol. 35, N. 2. – P. 161–175.

Precision of the lake Baikal phytoplankton biomass measurement

V. K. Evstafyev¹, N. A. Bondarenko²

¹ Institute for Applied Physics, Irkutsk State University, Irkutsk

² Limnological Institute SB RAS, Irkutsk

Abstract. The paper considers a question of how many sampling stations we should have to measure the phytoplankton biomass with given certainty due to the patch character of phytoplankton spatial distribution. It is shown that this relation between the station number and necessary certainty has a hyperbolic view and is resulted from routine formulae of the mathematical statistics. A compromise between the toil of the sample treatment and necessary precision of phytoplankton biomass measurement led to a following practice: a lake basin was covered by 15–17 stations that gave us a certainty of $\pm 30\%$ while some measurement values could differ one from other on an order. The Birkhoff theorem is analysed on how it fits to Lake Baikal conditions and some recommendations are proposed in order to carry out measurements within the theorem validity.

Key words: Baikal, phytoplankton, measurement precision, spatial distribution, patchiness, Birkhoff theorem.

*Евстафьев Владимир Кириллович
лаборатория физики лептонов НИИПФ при
Иркутском государственном университете
664003, г. Иркутск, б. Гагарина 20
кандидат химических наук,
старший научный сотрудник
тел. (3952) 24–18–70, факс: (3952) 24–18–55
E-mail: evs@api.isu.ru*

*Evstafyev Vladimir Kirillovitch
Institute for Applied Physics, Irkutsk State University
664003, Irkutsk, 20, Gagarina Boul.
Ph.D. in Chemistry, senior research scientist,
Laboratory of Leptone Physics
phone: (3952) 24–18–70, fax: (3952) 24–18–55
E-mail: evs@api.isu.ru*

*Бондаренко Нина Александровна
Лимнологический институт СО РАН
664033, г. Иркутск, а/я 4199
кандидат биологических наук,
ведущий научный сотрудник
тел. 42–65–04, факс: 42–54–05
E-mail: nina@lin.irk.ru*

*Bondarenko Nina Aleksandrovna
Institute of Limnology SB RAS
664033, Irkutsk, 3, Ulan-Batorskaya St.
Ph.D. in Biology, leading research scientist
phone: 42–65–04, fax: 42–54–05
E-mail: nina@lin.irk.ru*